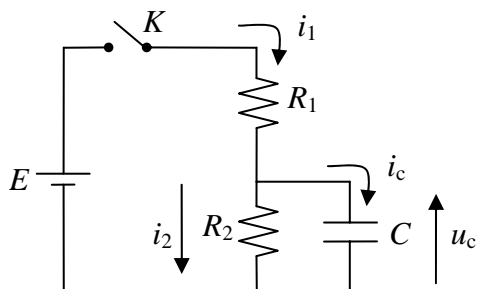


Coloquio 08/08/2006
65.04 – Electrotecnia General “B”

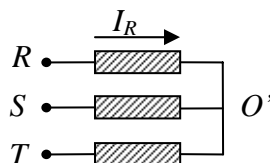
- 1) En $t = 0$ se cierra la llave K del siguiente circuito. Hallar y graficar i_c , i_1 , i_2 y u_c para $0 \leq t \leq 5$ ms sabiendo que para $t \leq 0$ es $u_c = 0$.

Datos: $E = 20$ V, $C = 1$ μ F, $R_1 = R_2 = 1$ k Ω .



- 2) Un sistema Y-Y trifilar con cargas $Z_R = 33 \Omega$, $Z_S = (19+j19) \Omega$, $Z_T = (19-j19) \Omega$.

- a) Calcular S_{RC} , S_{SC} , S_{TC} y S_{TTC} .
 b) Calcular S_{RG} , S_{SG} , S_{TG} y S_{TTG} .
 c) Comparar (a) y (b).



Generadores: $U_{RO} = 220 \angle 90^\circ$, $U_{SO} = 220 \angle -30^\circ$, $U_{TO} = 220 \angle 210^\circ$.

- 3) (Componentes simétricas): Encontrar las componentes de directa, inversa y homopolar.

Sistema generador: $U_R = 380 \angle 60^\circ$, $U_S = 380 \angle 0^\circ$, $U_T = 0$.

1) Por estar en paralelo, las tensiones sobre R_2 y C son iguales.

$$\Rightarrow u_{R2} = i_2 \cdot R_2 = u_c = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i_c dt.$$

Como no puede haber discontinuidad en las cargas en el capacitor, y por lo tanto en su tensión: $u_c(0^+) = u_c(0^-) = 0$.

$$\therefore i_2 \cdot R_2 = \frac{1}{C} \int_0^t i_c dt \quad [1]$$

Según la ley de Kirchoff: para $t \geq 0$: $E = i_1 \cdot R_1 + i_2 \cdot R_2$.

$$\text{Usando [1]: } E = i_1 \cdot R_1 + \frac{1}{C} \int_0^t i_c dt \text{ y derivandola: } 0 = R_1 \frac{di_1}{dt} + \frac{1}{C} i_c \quad [2]$$

$$\text{Además, } i_1 = i_2 + i_c, \text{ que derivando y despejando: } \frac{di_1}{dt} = \frac{di_2}{dt} + \frac{di_c}{dt} \quad [3]$$

$$\text{Reemplazando [3] en [2]: } 0 = R_1 \frac{di_2}{dt} + R_1 \frac{di_c}{dt} + \frac{1}{C} i_c \quad [4]$$

$$\text{Derivando [1] y despejando: } \frac{di_2}{dt} = -\frac{1}{R_2 C} i_c \quad [5]$$

$$\text{Reemplazando ahora [5] en [4]: } 0 = R_1 \frac{1}{R_2 C} i_c + R_1 \frac{di_c}{dt} + \frac{1}{C} i_c = \left(\frac{R_1}{R_2 C} + \frac{1}{C} \right) i_c + R_1 \frac{di_c}{dt}$$

$$\text{o lo que es lo mismo: } 0 = i_c + \left(\frac{R_1}{\frac{R_1}{R_2 C} + \frac{1}{C}} \right) \frac{di_c}{dt}$$

$$\frac{R_1}{\frac{R_1}{R_2 C} + \frac{1}{C}} = \frac{R_1}{\frac{R_1 + R_2}{R_2 C}} = \frac{R_1 R_2 C}{R_1 + R_2} \text{ que lo llamo } \tau \text{ (tiempo característico, } [\tau] = \text{s}).$$

$$\Rightarrow 0 = i_c + \tau \frac{di_c}{dt} \quad \rightarrow \quad dt = -\tau \frac{di_c}{i_c} \quad [6]$$

Volviendo a la ley del circuito para $t = 0$: $E = i_1(0) \cdot R_1 + u_c(0) = i_1(0) \cdot R_1$

$$\Rightarrow i_1(0) = \frac{E}{R_1}.$$

$$\text{Usando [1], } i_2(0) \cdot R_2 = u_c(0) = 0 \quad \Rightarrow \quad i_2(0) = 0$$

$$\text{Usando } i_1(0) = i_2(0) + i_c(0) = i_c(0)$$

$$\therefore i_c(0) = \frac{E}{R_1}$$

$$\text{Integrando [6]: } \int_0^t dt = \int_{E/R_1}^{i_c} -\tau \frac{di_c}{i_c} \quad \rightarrow \quad t = -\tau \ln \left(\frac{i_c}{E/R_1} \right)$$

$$\therefore \boxed{i_c(t) = \frac{E}{R_1} \exp(-t/\tau)} \quad \text{para } t \geq 0, \quad \text{con} \quad \tau = \frac{R_1 R_2 C}{R_1 + R_2}$$

$$u_c = \frac{1}{C} \int_0^t i_c dt = \frac{1}{C} \int_0^t \frac{E}{R_1} \exp(-t/\tau) dt = \frac{E}{R_1 C} \left(\frac{1}{-1/\tau} \right) \left[\exp(-t/\tau) - 1 \right]$$

$$u_c = \frac{E}{R_1 C} \tau \left[1 - \exp(-t/\tau) \right]$$

$$\therefore \boxed{u_c(t) = E \frac{R_2}{R_1 + R_2} \left[1 - \exp(-t/\tau) \right]}$$

$$i_2 = \frac{u_c}{R_2} \quad \rightarrow \quad \boxed{i_2(t) = \frac{E}{R_1 + R_2} \left[1 - \exp(-t/\tau) \right]}$$

$$i_1 = i_2 + i_c = \frac{E}{R_1 + R_2} \left[1 - \exp(-t/\tau) \right] + \frac{E}{R_1} \exp(-t/\tau)$$

$$i_1 = E \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_1 + R_2} \right) \exp(-t/\tau) + \frac{E}{R_1 + R_2}$$

$$\text{Adem\'as, } \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_1 + R_2} = \frac{R_1 + R_2 - R_1}{R_1 (R_1 + R_2)} = \frac{R_2}{R_1 (R_1 + R_2)}.$$

$$\therefore \boxed{i_1(t) = E \left[\frac{R_2}{R_1 (R_1 + R_2)} \exp(-t/\tau) + \frac{E}{R_1 + R_2} \right]}$$

Obs.: Cuando $t \rightarrow \infty$, $i_c \rightarrow 0$, $u_c \rightarrow E \frac{R_2}{R_1 + R_2}$, $i_2 \rightarrow \frac{E}{R_1 + R_2}$, $i_1 \rightarrow \frac{E}{R_1 + R_2}$, es decir, a los valores del estado estacionario del circuito de continua.

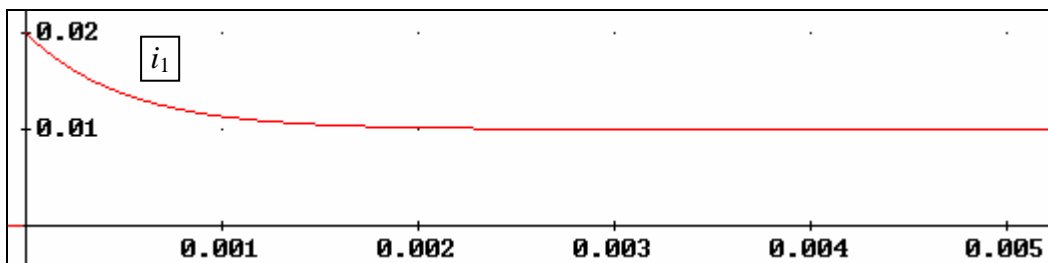
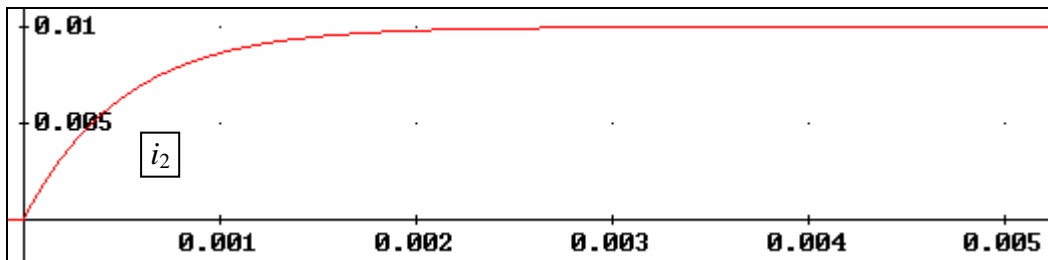
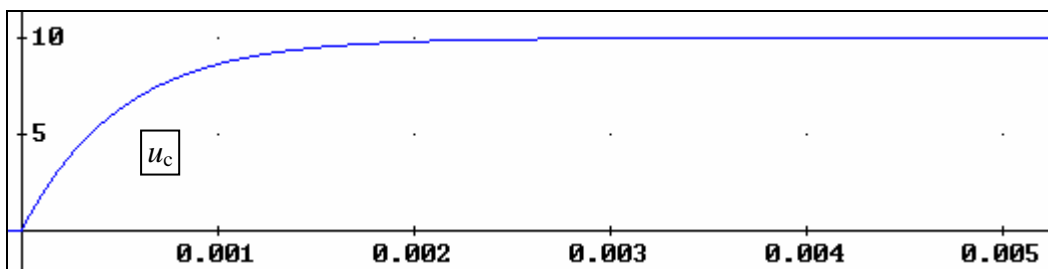
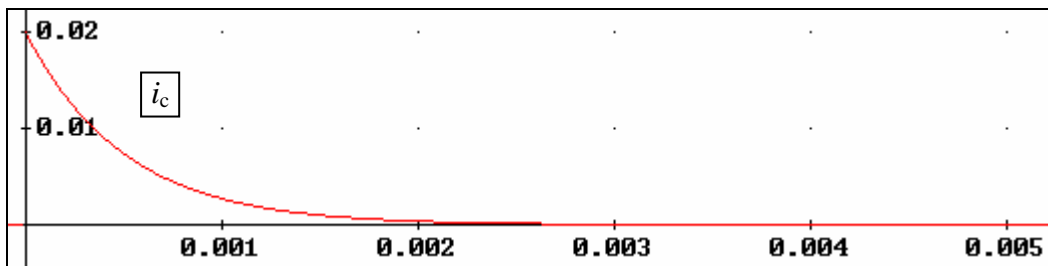
Numéricamente: $i_c(t) = 0,02 \text{ A} \cdot \exp(-2000t \text{ } \mu\text{s})$

$$u_c(t) = 10 \text{ V} \cdot [1 - \exp(-2000t \text{ } \mu\text{s})]$$

$$i_2(t) = 0,01 \text{ A} \cdot [1 - \exp(-2000t \text{ } \mu\text{s})]$$

$$i_1(t) = 0,01 \text{ A} \cdot \exp(-2000t \text{ } \mu\text{s}) + 0,01 \text{ A}$$

(Obs.: $\tau = 0,5 \text{ ms}$)



2) El centro de estrella se desplazó a:

$$U_{O'O} = \frac{U_{RO}Y_R + U_{SO}Y_S + U_{TO}Y_T}{Y_R + Y_S + Y_T} \rightarrow U_{O'O} = 110,33 \angle -90^\circ$$

$$U_{RO'} = U_{RO} - U_{O'O} = 330,33 \angle 90^\circ$$

$$U_{SO'} = U_{SO} - U_{O'O} = 190,526 \angle 0,1^\circ$$

$$U_{TO'} = U_{TO} - U_{O'O} = 190,526 \angle 179,9^\circ$$

$$I_R = U_{RO'} Y_R$$

$$I_S = U_{SO'} Y_S$$

$$I_T = U_{TO'} Y_T$$

$$I_R = 10,01 \angle 90^\circ$$

$$I_S = 7,091 \angle -44,9^\circ$$

$$I_T = 7,091 \angle -135,1^\circ$$

$$a) S_{RC} = U_{RO'} I_R^* = 3306,67 \angle 0^\circ$$

$$(\quad = |I_R|^2 \cdot Z_R \quad)$$

$$S_{SC} = U_{SO'} I_S^* = 1350,95 \angle 45^\circ$$

$$(\quad = |I_S|^2 \cdot Z_S \quad)$$

$$S_{TC} = U_{TO'} I_T^* = 1350,95 \angle -45^\circ$$

$$(\quad = |I_T|^2 \cdot Z_T \quad)$$

$$S_{TTC} = S_{RC} + S_{SC} + S_{TC}$$

$$\boxed{S_{TTC} = 5217,2 \angle 0^\circ \text{ VA}}$$

$$b) S_{RG} = U_{RO} I_R^* = 2202,2 \angle 0^\circ$$

$$S_{SG} = U_{SO} I_S^* = 1559,9 \angle 14,9^\circ$$

$$S_{TG} = U_{TO} I_T^* = 1559,9 \angle -14,9^\circ$$

$$S_{TTG} = S_{RG} + S_{SG} + S_{TG}$$

$$\boxed{S_{TTG} = 5217,2 \angle 0^\circ \text{ VA}}$$

c) Individualmente $S_{RC} \neq S_{RG}$, etc., porque $U_{O'O} \neq 0$.
Se cumple que $S_{TTC} = S_{TTG}$.

3) Usando el teorema de Fortescue:

$$\begin{cases} U_R = U_{RD} + U_{RI} + U_{RH} \\ U_S = U_{SD} + U_{SI} + U_{SH} \\ U_T = U_{TD} + U_{TI} + U_{TH} \end{cases}$$

Usando el operador $\alpha = \exp[-j 2\pi/3]$ se puede despejar el sistema y resulta:

$$U_{RH} = 1/3 \cdot (U_R + U_S + U_T) \rightarrow \boxed{U_{RH} = 219,4 \angle 30^\circ \text{ V}}$$

$$U_{RI} = 1/3 \cdot (U_R + \alpha U_S + \alpha^2 U_T) \rightarrow \boxed{U_{RI} = 0 \text{ V}}$$

$$U_{RD} = 1/3 \cdot (U_R + \alpha^2 U_S + \alpha U_T) \rightarrow \boxed{U_{RD} = 219,4 \angle 90^\circ \text{ V}}$$